

Wachstum & Veränderung (Aufgabensammlung)

1.) Kurvendiskussion

$$f_{G,k}(t) = \frac{G \cdot e^{kt}}{1 + e^{kt}}$$

- Definitionsbereich
- Bilden der 1. Ableitung in Abhängigkeit von $f(x)$
- Ermitteln des Wendepunktes
- Wie würden der Funktionsgraph und Funktionsgleichung aussehen,
 - wenn G erhöht würde?
 - wenn man k vergrößern würde?
 - wenn der Wendepunkt an die Stelle $x = a$ wäre?

2.) Vier Schüler einer Schule mit 400 Schülern setzen ein Gerücht in die Welt. Das Gerücht breitet sich anfänglich annähernd exponentiell mit einem prozentualen Zuwachs von 20 % pro Minute aus.

Nach welcher Zeit kennen 380 Schüler das Gerücht?

3.) Bestimmen von Integralen

$$\text{a) } \int \frac{e^{3x}}{1 + e^{3x}} dx \quad \text{b) } \int \frac{x}{1 + x^2} dx \quad \text{c) } \int \frac{1}{1 - x} dx$$

4.) Ein Wachstumsprozess wird durch die Funktion $f(t) = 4 - 3e^{-\frac{1}{50}t}$ (t in Minuten) beschrieben.

- Wie groß sind Anfangsbestand und Bestand nach 2 Stunden?
- Wie lange dauert es, bis 90 % des Endbestandes erreicht sind?
- Nach welcher Zeit beträgt der Zuwachs pro Minute nur noch 1 %?

5.) Im Mittel ergeben sich beim Wachstum von Forellen folgende Werte:

$$f(4) = 11,2 \quad \text{und} \quad f(8) = 17$$

- Ermitteln von a und k der Funktion $f(t) = a - ae^{-kt}$, die das Wachstum der Fische beschreibt.
- Wie groß sind die Fische im Mittel nach einem Jahr?
- Welche durchschnittliche Länge hat eine ausgewachsene Forelle?

6.) Eine Untersuchung zum Höhenwachstum von Hopfen ergab folgende Werte:

Zeit (Wochen)	0	2	4	6	8	10	12	16
Höhe (m)	0,6	1,2	2,0	3,3	4,1	5,0	5,5	5,8

- Schätzen Sie die Sättigungsgrenze und bestimmen Sie den fehlenden Parameter in der logistischen Funktion mithilfe eines geeigneten Messpunktes.
- Bestimmen Sie die Höhe des Hopfens nach 17 Wochen.
- Wie schnell wächst der Hopfen nach 2 bzw. 10 Wochen?

7.) Von 6.000 isoliert lebenden Menschen infiziert sich eine Person an Grippe. Durch gegenseitige Ansteckung zählt man nach 5 Wochen bereits 400 Kranke.

- Weswegen kann die Ausbreitung der Krankheit als logistisches Wachstum modelliert werden?
- Bestimmen Sie den Funktionsterm.
- Nach welcher Zeit ist die Hälfte der Bewohner krank?
- Welche Bedeutung hat dieser Zeitpunkt für die weitere Ausbreitung dieser Krankheit?
- Wie groß ist in den ersten 2 Monaten die mittlere Zunahme der Erkrankten pro Woche?